Bilan : $R_2oR_1=R_3oR_2=R_4oR_3 = f$ avec f est la symétrie centrale de centre w.

2)a- $\star\ R_3(R_2(O_1))=(R_3oR_2)(O_1)$

$= (R_2oR_1)(O_1)$ car $R_2oR_1=R_3oR_2$

$=R_2[R_1(O_1)]=R_2(O_1)$ car O_1 est le centre de R_1

$\star\ R_3(R_2(O_1))= R_2(O_1) \Rightarrow R_2(O_1)$ est un point fixe par R_3

$\Rightarrow \underline{R_2(O_1) = O_3}$ car R_3 possède un seul point fixe O_3 qui est son centre.

b- $f(O_2)=(R_4oR_3)(O_2)=(R_3oR_2)(O_2)$ car $R_3oR_2=R_4oR_3$

$= R_3[R_2(O_2)] = R_3(O_2)$

Ainsi $R_4[R_3(O_2)] = R_3(O_2)$ d'ou $R_3(O_2) = O_4$

Par suite $f(O_2)=O_4$.

c- $f(O_2)=O_4 \Leftrightarrow w = O_2 * O_4$

$f(O_1)=O_3 \Leftrightarrow w = O_1 * O_3$

Donc $O_1O_2O_3O_4$ est un parallélogramme (1)

$$R_2(O_1) = O_3 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} O_2O_1 = O_2O_3 \\ \left(\overrightarrow{O_2O_1}, \overrightarrow{O_2O_3}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi] \end{array} \right. \quad (2)$$

Bilan : (1) et (2) $\Rightarrow O_1O_2O_3O_4$ est un carré.

3)a- $\star\ g(A)=R_2[S_D(A)]=R_2(B)$ car D la médiatrice du segment [AB]

$= C$.

• $g(O_1)=R_2[S_D(O_1)] =R_2(O_1) = O_3$. car $O_1 \in D=méd[AB]$.

b- D'abord g est un antidéplacement car elle est la composée d'un déplacement et d'un antidéplacement.

Supposons que g est une symétrie axiale alors l'axe de g est la méd[AC] (car g(A)= C) aussi l'axe de g est la méd$[O_1O_3]$ (car $g(O_1)=O_3$)

ce qui est absurde car méd[AC] $\neq$ méd$[O_1O_3]$.

Par suite g n'est pas une symétrie axiale.

• D'abord g est un antidéplacement car elle est la composée d'un déplacement et d'un antidéplacement de plus elle n'est pas une symétrie axiale d'où g est une symétrie glissante.

c- D'ésignons par Δ l'axe de g par $\vec{u}$ son vecteur .